

Feuille d'exercices n°2

Exercice n°1:

Dans un plan (P) ;on considère un rectangle ABCD tel que AB=2 et BC=1 (en cm)

Soit J le point du segment [CD] tel que CJ=0,5

(BJ) coupe (AC) en I et coupe (AD) en K.

I) 1) Faire une figure illustrant les données ci-dessus puis vérifier que $AC = \sqrt{5}$.

2) Calculer : $\vec{CB} \cdot \vec{CA}$ et $\vec{CA} \cdot \vec{CJ}$;

3) En déduire que (BJ) \perp (AC).

II)1) Calculer BJ et BI.

2) Calculer alors le produit scalaire $\vec{BC} \cdot \vec{BJ}$

3) Démontrer que $\vec{AK} \cdot \vec{BC} = 4$

Exercice n°2:

Une unité de longueur étant choisie, soit un triangle ABC telque : AB=8 ;AC=7 et BC=9 $\sqrt{2}$.

1) Soit I le milieu du segment [BC].calculer IA.

2) Soit G le centre de gravité du triangle ABC.

a) Montrer que pour tout point M du plan, $\vec{MB} \cdot \vec{MC} = MI^2 - \frac{81}{2}$.

b) En déduire que $MA^2 + 2\vec{MB} \cdot \vec{MC} = 3MG^2 - \frac{211}{3}$;

c) Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $MA^2 + 2\vec{MB} \cdot \vec{MC} = \frac{14}{3}$.

3) La droite (AI) est muni du repère $(A, \frac{1}{4}\vec{AI})$

a) Montrer que pour tout point M du plan ; $2\vec{MA}^2 - (MB^2 + MC^2) = 16\vec{OH} - 81$
avec O =A*I et H le projeté orthogonal de M sur la droite (AI).

b) Déterminer l'ensemble (E') des points M du plan tels que : $2MA^2 - MB^2 - MC^2 = -33$.

Exercice n°3 :

On donne un triangle ABC rectangle en B tel que : AC=2AB=2a >0

On pose I=A*C et J=B*C

1) a) Montrer que IA=IB=IC=a. en déduire que $\vec{IA} \cdot \vec{IB} = \frac{1}{2} a^2$

b) Calculer $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$; en déduire une mesure de l'angle \widehat{ACB} .

2) a) Vérifier que $\vec{MA} \cdot \vec{MC} = MI^2 - a^2$.

b) Déduire et construire l'ensemble $(\Gamma) = \{M \in P ; \vec{MA} \cdot \vec{MC} = 2a^2\}$.

Exercice n°4 : (*)

Soit un triangle ABC tel que : $\widehat{ACB} = \frac{\pi}{4}$ et $AC = BC\sqrt{2}$.

Montrer (par deux méthodes différentes) que le triangle ABC est rectangle en B.

Exercice n°5:

Soient A(-1 ; 2) , B(1 ; 1) et C(3 ; -1) trois points du plan muni d'un repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

1) a) calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ puis calculer $\cos(\widehat{BAC})$.

b) les points A, B et C sont-ils alignés ? justifier.

2) Soit (Δ) la droite d'équation : $2x - y + 1 = 0$

a) Calculer la distance de A à (Δ) .

b) soit (ξ) le cercle de centre I(1 ; 2) et de rayon 5.

Etudier la position relative de (Δ) et (ξ) .

3) Déterminer l'ensemble des points M(x ; y) tels que : $MA^2 + MB^2 = 16$.

Exercice n°6: (**)

Dans le plan P ; on considère un triangle ABC tel que : AB= 4 ; AC=5 et BC= 6(unité :cm).

On pose : I= A * B et J= B * C.

1) a) Montrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} \{AB^2 + AC^2 - BC^2\}$.

b) Calculer alors $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

2) Soit l'ensemble $(\xi) = \{M \in P ; MA^2 + MB^2 = 61\}$

a) Vérifier que C \in (ξ) .

b) Rappeler le théorème de la médiane.

c) Déterminer et construire l'ensemble (ξ) .

3) Soit $(\Gamma) = \{M \in P ; MA^2 - MB^2 = -11\}$

a) Vérifier que C \in (Γ) .

b) Montrer que M \in (Γ) signifie $2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{MI} = -11$.

c) Dédire que M \in (Γ) signifie $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$

d) Déterminer alors et construire l'ensemble (Γ) .

4) (Γ) recoupe (ξ) en C'. Montrer que le triangle ACC' est isocèle.